UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Dipartimento di Ingegneria Corso di Laurea in Ingegneria Civile
Protezione dai Rischi Naturali

Relazione di fine tirocinio

Studente: Andrea Nacuzi
Tutor universitario: Prof. Gianmarco De Felice
Tutor aziendale: Ing. Marialuisa Mongelli

Anno Accademico: 2015/2016

Indice

Introduzione **1**

1 Il Ponte delle Torri **2**

2 Tecnica SfM **3**
2.1 Le fasi di ricostruzione 4

3 Campagna di rilievo fotogrammetrico **5**

4 La piattaforma ENEAGRID/CRESCO **7**
4.1 Il software PhotoScan 9

5 L'elaborazione delle immagini **15**
5.1 Ricostruzione modello 3D 15
5.2 Rilievo del quadro fessurativo 26

Riferimenti bibliografici **31**

Introduzione

Il rilievo del quadro fessurativo di una struttura in muratura è un passaggio di fondamentale importanza per la definizione della risposta sismica di tali strutture. Una buona conoscenza del quadro fessurativo, delle lesioni che interessano gli elementi portanti e dei punti critici permette di ottenere dei risultati il più possibile realistici e rappresentativi. Di contro non sempre ciò è facilmente realizzabile: strutture dal notevole sviluppo verticale pongono dei problemi di natura logistica.

L'obiettivo del tirocinio è stato ricostruire il quadro fessurativo del Ponte delle Torri, monumento storico simbolo della città di Spoleto, e realizzare un modello tridimensionale con le misure reali utilizzabile nei software FEM. La tecnica di rilievo di cui ci è avvalsi è quella dello *structure from motion*, metodologia che permette di ricostruire un modello 3D a partire da immagini fotografiche. Date le imponenti dimensioni della struttura è stato necessario realizzare le fotografie per mezzo di un drone, il quale ha permesso di raggiungere zone altrimenti irraggiungibili. La tecnica di structure from motion, unita all'utilizzo di uno strumento di rilievo innovativo quale l'uso di droni, ha permesso una precisa ricostruzione del quadro fessurativo della struttura, unitamente a un'accurata modellazione tridimensionale. Grazie a questi strumenti è stato possibile risalire alle misure geometriche esatte del ponte, aggiornando quindi i dati in nostro possesso.

La restituzione è stata effettuata tramite Photoscan ed è stata resa possibile grazie alle potenti risorse di calcolo messe a disposizione dall'ENEA con il centro computazionale ENEAGRID/CRESCO. La tecnica di structure from infatti, se applicata a un grande numero di immagini caratterizzate da un'alta risoluzione, necessita di ingenti risorse computazionali per poter ricostruire il modello di una struttura di tali dimensioni.

1 Il Ponte delle Torri

Il Ponte delle Torri è un imponente ponte in muratura realizzato con pareti di pietrame squadrato coeso da una matrice di malta e calce; si innalza su nove possenti arcate, ha una lunghezza di 230 metri e un'altezza di 80. Sorge sulla valle del Tessino e collega il Colle Sant'Elia (lato Ovest), dove si trova la città di Spoleto, al Monteluco (lato Est).

Date le diverse epoche di realizzazione e i successivi interventi di ampliamento e ricostruzione, le pile e gli archi dei due versanti di Colle Sant'Elia e del Monteluco presentano differenti dimensioni geometriche e diversa tessitura muraria: le pile verso Monteluco sono più massiccie delle altre e sono rinforzate da arcate poste circa a metà della loro altezza. A variare è anche lo spazio tra le arcate, che risulta minore rispetto alle corrispettive verso Sant'Elia.

Nella porzione di ponte in prossimità del versante del Monteluco, ed in particolare nelle porzioni inferiori delle pile, si rileva la "muratura a libretto", mentre, per il versate del colle Sant'Elia, si osserva una muratura con pietrame organizzato, caratterizzata da angoli perfettamente verticali realizzati con elementi squadrati, spesso ben ammortizzati, e interconnessi da un sottile strato di malta.

La pile sono raccordata in sommità da archi a sesto acuto, con campate sempre diseguali, realizzati in muratura di pietra piuttosto squadrata. Le arcate realizzano un impalcato relativamente rigido, creando di fatto una trave di testata che raccorda le singole pile: il ponte dal punto di vista strutturale diventa un unico organismo sinergico.

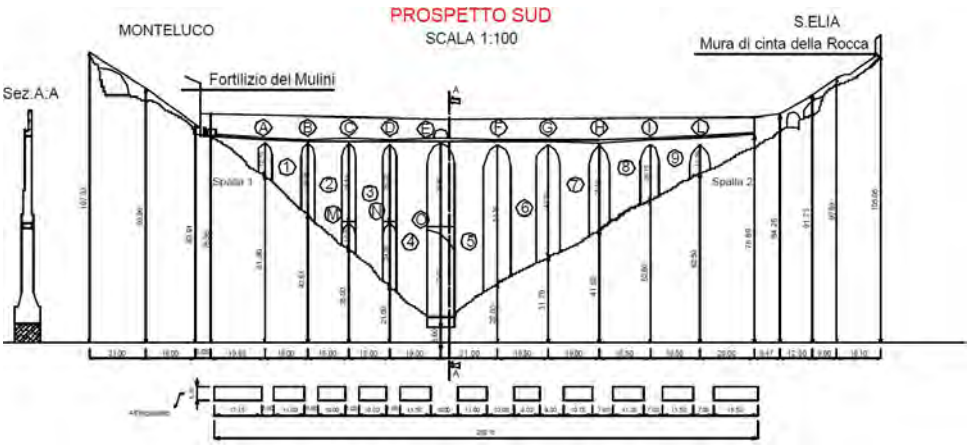


Figura 1: *Prospetto del paramento sud del Ponte delle Torri*

Sulla base delle informazioni in nostro possesso, è possibile delineare preliminarmente le caratteristiche geometriche della costruzione, caratterizzate però da una bassa accuratezza e da un certo grande di semplificazione. L'obiettivo è quello di fornire una **stima delle superfici degli elementi costitutivi del ponte**, in modo da ottenere una **documentazione dettagliata di immagini fotografiche volta al monitoraggio dell'attuale quadro fessurativo**, **identificando univocamente le lesioni presenti**. A tale scopo si ricorrerà al'uso di droni, i quali permetteranno la realizzazione di immagini fotografiche ad alta risoluzione da punti di vista irraggiungibili con le normale tecniche di rilievo. **Le lesioni saranno univocamente referenziate**, per facilitare future analisi sull'evoluzione del quadro fessurativo rilevato.

Sulla base della documentazione e dei disegni CAD ad oggi disponibili, è stata effettuata una stima della superficie totale a vista dell'intera struttura, per definire un numero idoneo di immagini fotografiche che permetta, a partire dalle foto 2D, una ricostruzione 3D del monumento con l'individuazione delle lesioni presenti al fine di consentirne la completa referenziazione. Sulla base di tale modello sarà poi possibile **aggiornare i dati geometrici** con le misure reali della struttura oggetto dello studio.

2 Tecnica SfM

La tecnica di rilievo di *structure from motion* (Sfm) è quel metodo che consente, a partire da una serie di immagini bidimensionali, la restituzione di un modello tridimensionale sotto forma di punti, oltre che delle relative posizioni e orientamenti degli apparecchi di ripresa fotografici. Si differenzia dalla fotogrammetria tradizionale per il fatto che la ricostruzione della scena, unitamente al posizionamento e

l'orientamento della telecamera, vengono risolti, per mezzo di sofisticati algoritmi, in via automatica dal software utilizzato. I punti notevoli dell'oggetto vengono individuati e risolti automaticamente dal software, senza dover specificare a priori tali punti all'interno delle immagine utilizzate.

Dato un set di m immagini rappresentanti n punti reali, il problema consiste nello stimare le m matrici di proiezione P_j e gli n vettori X_i date le nm corrispondenze x_{ij}.

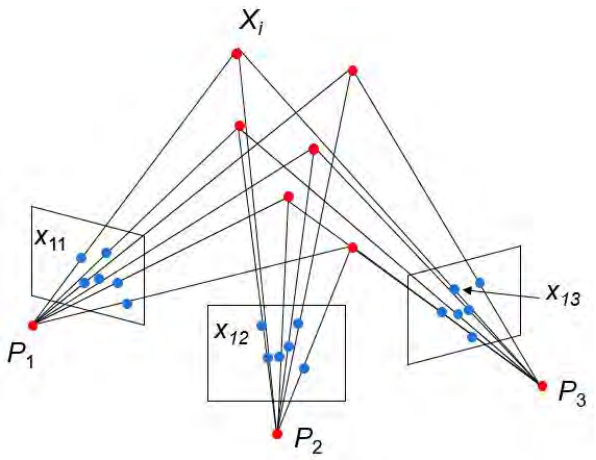


Figura 2: *Proiezione di un punto su più immagini.*

2.1 Le fasi di ricostruzione

Tali sistemi, partendo dalle prese fotografiche, individuano inizialmente delle *features*, o punti notevoli, con i quali viene generato un database. L'individuazione delle features avviene attraverso un algoritmo denominato *Scale-invariant features transform* (SIFT), sviluppato nel 1999 da David Lowe. Tali punti hanno la particolarità di essere individuati dall'algoritmo in immagini dalla diversa condizione luminosa e prospettica. Tramite tale algoritmo di fatto viene eliminata la fase di selezione manuale dei punti e svolgono, proprio per tale motivo, un ruolo cardine all'interno dei sistemi di structure from motion.

Successivamente viene eseguito un *matching* delle immagini sulla base delle features precedentemente rilevate, raggruppando le immagini che presentano dei punti in comune. Le informazioni ottenute vengono processate attraverso un software di *bundle adjustment*, il quale determina gli orientamenti interni, esterni e la posizione delle features. Il bundle adjustment, anche detto a compensazione a stelle proiettive, è un metodo di calibrazione delle camere digitali basato sulle equazioni di collinearità. Mediante tale metodo viene perciò effettuata un'autocalibrazione, determinando i parametri di correzione delle distorsioni radiali a partire dalle stesse immagini non calibrate.

Il bundle adjustment opera minimizzando l'*errore di riproiezione*, definito come la distanza tra il punto proiettato e quello misurato. Assumiamo che m punti 3D sono contenuti in n immagini e che x_{ij} sia la proiezione dell'j-esimo punto sull'immagine i-esima (figura 3 nella pagina seguente). Il metodo minimizza l'errore di riproiezione

totale rispetto a tutti i punti 3D e a tutti i parametri delle prese fotografiche. In particolare avremo:

$$\min \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} D(P_j X_i, x_{ij})^2 \tag{1}$$

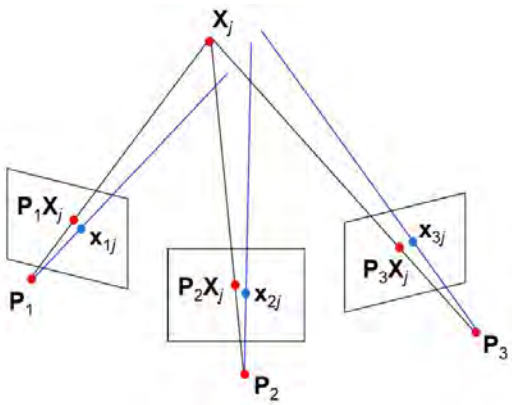


Figura 3: *L'errore di riproiezione.*

Il risultato di questa fase è una nuvola sparsa di punti costituita dalle features individuate e posizionate, cioè di punti caratterizzati da tre coordinate spaziali e da un'informazione cromatica ricavata dalle fotografie.

I parametri finora ricavati, compresi quelli relativi alla distorsione, vengono usati da un algoritmo di *dense image matching* che, mediante la comparazione approfondita delle immagini, estrapola una nuvola densa di punti. A tali punti vengono associati un vettore normale e una terna di valori cromatici (RGB) estratti dalle foto associate a ciascun punto.

A questo punto la procedura di restituzione, relativa ai sistemi di structure from motion, termina con la precedente fase. Molti software commerciali di fotomodellazione vanno oltre, non limitandosi a fornire una semplice nuvola di punti. La nuvola densa che è stata estratta viene quindi processata e verrà usata per generare un modello poligonale, composto da vertici e facce.

Successivamente, grazie alle informazioni ottenute sull'orientamento dei punti di scatto delle fotografie, segue una fase di *texture mapping* in cui viene generato un modello texturizzato tramite la proiezione di tali immagini sul modello poligonale. Tale modello può essere infine usato per generare viste prospettiche od ortofoto, necesserie nel nostro casa per permettere il rilievo delle fessure.

3 Campagna di rilievo fotogrammetrico

I sistemi di structure from motion basano la ricostruzione, come si è potuto vedere, esclusivamente sul supporto fotografico. La pianificazione della campagna fotogrammetrica è il primo passo cruciale che permette di realizzare una corretta restituzione tridimensionale. La buona riuscita della ricostruzione del modello è sostanzialmente affidata alla corretta realizzazione delle prese fotografiche, il cui requisito fondamentale è la parziale sovrapposizione dell'immagine catturata. Per garantire ciò

le fotografie vengono effettuate seguendo dei prestabili schemi di presi, di seguito riassunti:

- schema ad *assi paralleli*, dove le fotografie sono disposte su una retta e l'orientamento non viene variato;
- schema ad *assi convergenti*, dove le posizioni di scatto disposte su un andamento curvilinee con le direzioni di scatto appunto convergenti verso il soggetto;
- schema a *campo esteso*, il quale prevede la variazione della direzione di scatto ruotando intorno a un punto fisso.

Figura 4: *Il drone senseFly eXom usato per la campagna di rilievo.*

Lo schema usato per la campagna di rilievo è stato uno **schema a campo esteso**, ruotando intorno all'asse orizzontale la direzione di scatto e muovendosi parallelamente alla direzione longitudinale del ponte. Variando la quota di scatto, e ripetendo tale procedure a diverse altezze, è stato possibile inquadrare la quasi totalità della struttura.

Il drone usato per il rilievo fotogrammetrico è un eXom della senseFly, un quadricottero specificatamente orientato ad applicazioni professionali. L'apparecchio utilizzato monta diversi sensori, tra i quali abbiamo: un fotocamera da 38 MP, con un GSD[1] ottenibile fino a 1 mm/pixel con una distanza di scatto inferiore a 6 metri; un ricevitore GPS per la georeferenziazione delle immagini scattate; una camera termica da 80 x 60 pixels; cinque sensori ultrasonici per il rilievo della distanza dal soggetto.

Complessivamente sono state realizzate 818 fotografie, dalla risoluzione pari a 5368 x 7152 pixel, la cui distanza media di scatto è stimata pari a circa 10 metri. Considerate le dimensione del sensore e del singolo pixel, rispettivamente pari a 10.0128 mm e 0.0014 mm, e la distanza focale dell'obiettivo, in questo caso di 8 mm, avremo le seguenti misure:

Tabella 1: *Caratteristiche geometriche medie delle fotografie*

GSD (mm)	**D_H (m)**	**D_V (m)**
1.75	12.516	9.394

dove D_H e D_V rappresentano rispettivamente la larghezza e l'altezza dell'impronta dell'immagine sull'oggetto fotografato.

[1] Il GSD o ground sample distance è la dimensione fisica reale dell'oggetto che un singolo pixel rappresenta nell'immagine.

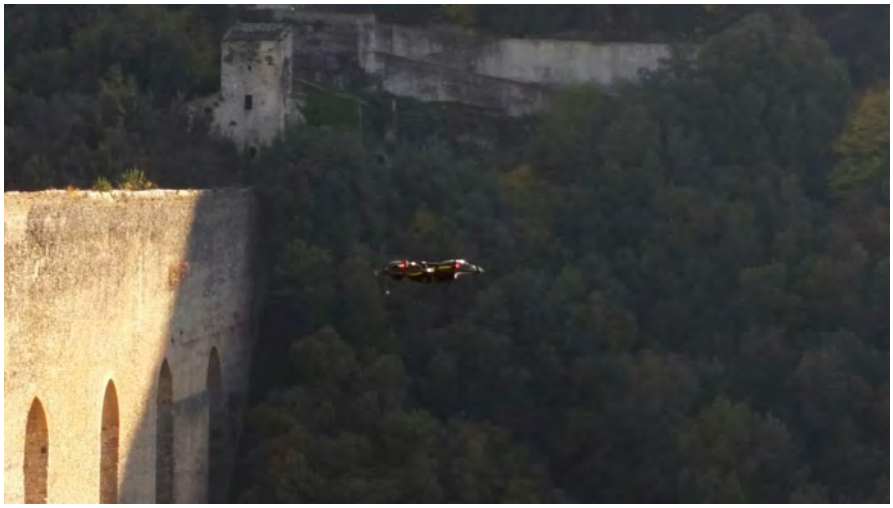


Figura 5: *Il drone in volo durante la campagna di rilievo.*

4 La piattaforma ENEAGRID/CRESCO

CRESCO, acronimo di Centro Computazionale di RicErca sui Sistemi COmplessi, è un progetto ENEA, promosso dal Ministero dell'Università e della Ricerca (MIUR), che si compone di un sitema HPC (High Performance Computing) e di tre laboratori. Il sistema CRESCO HPC è stato progettato con lo scopo di fornire un sistema dall'utilizzo generico basata su una tecnologia multi-core x86-64.

Il sistema si compone di oltre 2700 unità computazionali, suddivisi in tre sezioni principali, ognuna specificatamente orientata per diverse tipologie di elaborazione. Il sistema di calcolo è raggiungibile tramite la rete ENEAGRID, la quale unisce le vari sedi dell'ENEA, permettendo un metodo di accesso omogeneo alle risorse di calcolo.

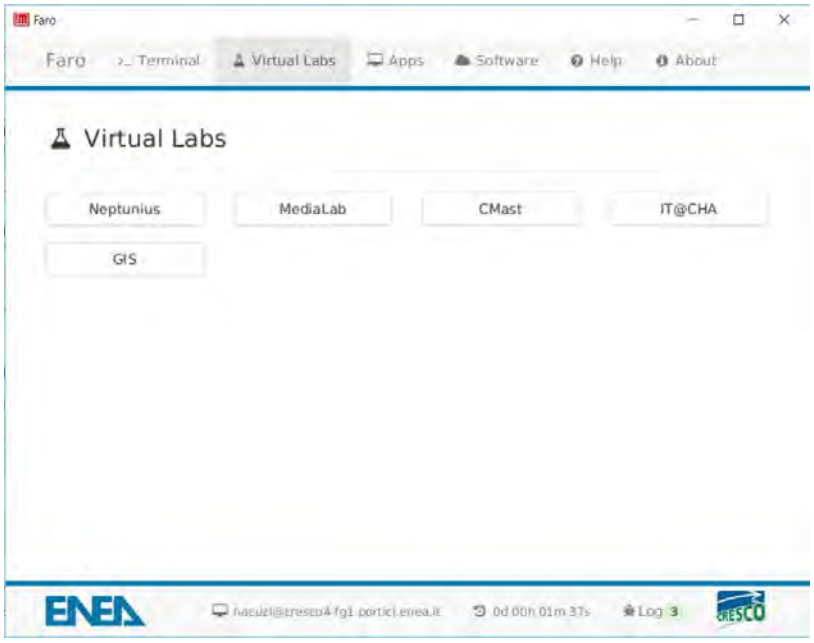


Figura 6: *Laboratori virtuali presenti su Faro 2.*

CRESCO è raggiungibile da due interfacce, una via web e l'altra tramite uno specifico client disponibile per i più importanti sistemi operativi. L'interfaccia Faro 2 mette a disposizione l'accesso ai diversi laboratori virtuali disponibili, dove al loro interno risiedono i software di calcolo. Da riga di comando è inoltre possibile richiamare altri applicativi non presenti all'interno dei precedenti ambienti, quali ad esempio i software FEM Ansys e Abaqus. In particolare quest'ultimo risolutore verrà successivamente usato per le analisi strutturali.

Figura 7: *Interfaccia del laboratorio virtuale Itacha.*

Il sistema CRESCO si compone di diversi cluster di calcolo, i quali si differenziano per il numero di nodi computazionali, la potenza delle cpu e la quantità di memoria RAM disponibile. Il cluster CRESCO4 usato per le analisi è composto da 2 socket da 8 core con processore Intel E5-2670 2.6 GHz e da 64 GB RAM.

Il software PhotoScan è un applicazione che richiede un'elevata quantità di risorse computazionali, in particolar modo per quanto riguarda la memoria RAM. La fase di ricostruzione della nuvola densa, come si vedrà più avanti, è regolata da un parametro di qualità che interviene sulla risoluzione di analisi delle fotografie. Il software necessita di un quantitativo maggiore di RAM al crescere del numero e della risoluzione delle fotografie.

Tabella 2: *Memoria necessaria per immagini di 12 MP in funzione della qualità selezionata.*

Qualità	**N° di foto**		
	100	200	500
Lowest	150 MB - 450 MB	300 MB - 1 GB	1 GB - 3 GB
Low	750 MB - 2.2 GB	1.5 GB - 4.5 GB	4 GB - 12 GB
Medium	3 GB - 9 GB	6 GB - 18 GB	15 GB - 45 GB
High	12 GB - 36 GB	24 GB - 72 GB	60 GB - 180 GB
Ultra high	48 GB - 144 GB	96 GB - 288 GB	240 GB - 720 GB

Per immagini con una risoluzione di 12 MPix le risorse impiegate per ricostruire la nuvola densa sono rappresentate in tabella 2. Trovandoci in presenza di immagini

da 38 MP, con un quantitativo di fotografie ben superiore alle 500, si può notare come sia necessario disporre di un sistema dalle caratteristiche computazionali notevoli. Dato il limite di 64 GB di RAM, è stato necessario ridurre l'onere computazionale intervenendo sulla qualità e suddividendo le fotografie in gruppi.

4.1 Il software PhotoScan

Il software commerciale usato per la restituzione è Agisoft PhotoScan, strumento professionale per la ricostruzione fotogrammetrica. Il programma si basa su una ricostruzione di tipo *multi-view* e, se fatto girare su una potente workstation, riesce a gestire un gran numero di immagini restituendo modelli 3D di alta qualità.

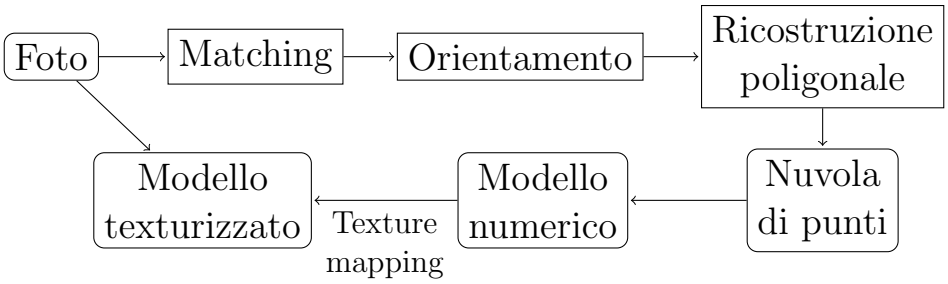


Figura 8: *Flusso di lavoro tipico di PhotoScan.*

Il flusso di lavoro è lineare e semplice da implementare, coprendo tutte le fasi dello structure from motion: a partire dalle foto ricostruisce gli orientamenti e le posizioni delle prese con relativa nuvola di punti sparsa; ricostruisce un modello poligonale permettendo di scegliere tra due differenti algoritmi, uno adatto per superfici smussate e uno per superfici spigolose; infine consente di mapparlo scegliendo tra diverse metodologie di proiezione delle immagini. Tali fasi possono essere eseguite con impostazioni che possono aumentarne o diminuirne la precisione. Il flusso di lavoro di Photoscan può essere riassunto con il diagramma di figura 8.

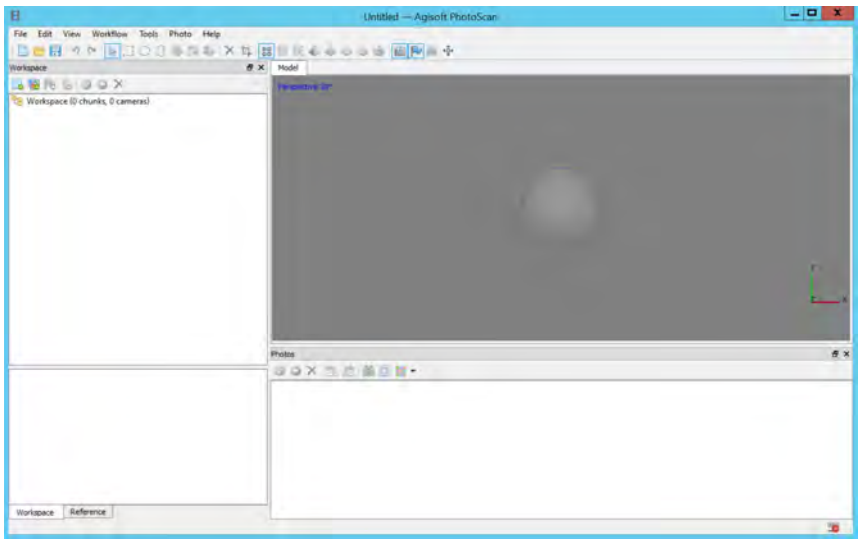


Figura 9: *Interfaccia di PhotoScan all'avvio.*

L'interfaccia di Photoscan è suddivisa in diverse sezioni: a sinistra è presente il workspace, dove sono i contenuti i chunks, i quali contengono le immagini che vengono caricate; a destra si trova l'interfaccia di visualizzazione del modello, che mostra il risultato della restituzione in funzione della fase in cui ci si trova; un pannello inferiore dove si trovano le immagine caricate, con le relative informazioni.

Il *chunk* rappresenta un raggruppamento di foto sulla base delle quali si vuole effettuare la ricostruzione fotogrammetrica e quindi rappresenta l'unità fondamentale del programma. Dal pannello workspace si controllano le varie fasi di ricostruzione, richiamandole cliccando con il tasto destro sul singolo chunk. Per restituzioni caratterizzate da un alto numero di immagini, queste possono essere separate in diversi chunk, i quali vengono poi uniti in una fase successiva. Ciò si rende necessario per via del grande onere computazionale che richiede il programma nell'allineamento e nell'analisi di un ingente numero di fotografie. Suddividendo le fotografie, la fase di matching delle features avviene su un numero minore di immagini, facendo diminuire sensibilmente il tempo necessario per stimare la posizione delle prese fotografiche.

Primo passo fondamentale è la creazione di un chunk, contenitore dentro al quale verranno poi caricate le foto da processare. A questo punto inizia il vero e proprio procedimento di restituzione che, attraverso le fasi che verranno in seguito descritte, porterà alla costruzione di un modello tridimensionale.

Allineamento foto

In seguito al caricamento delle foto, PhotoScan passa in rassegna le fotografie e, per mezzo dell'algoritmo SIFT, contrassegna dei punti omologhi (features). Il software analizza poi quali foto contengono le stesse features e le raggruppa (fase di matching).

È proprio in questa fase che il software effettua l'autocalibrazione, che consente di calcolare i seguenti parametri:

- f_x e f_y, rispettivamente lunghezza focale orizzontale e verticale, in pixel;
- c_x e c_y, coordinate (X, Y) del punto principale;
- k_1, k_2, k_3, p_1 e p_2, parametri di distorsione radiale della lente secondo il modello di Brown[2].

PhotoScan quindi orienta e posiziona i punti di presa fotografici, attraverso algoritmi di *multi stereo matching* ed estrae una nuvola sparsa.

Tramite un'interfaccia è possibile selezionare l'accuratezza di orientamento (da lowest fino ad highest). In presenza di tante foto è possibile effettuare un allineamento di primo tentativo impostandolo a low.

Attivando il pair selection è possibile selezionare un sottoinsieme di fotografie su cui effettuare il controllo. In presenza di immagini di grandi dimensioni, buona parte del tempo viene speso per identificare le features in comune tra le varie foto. Questa opzione permette di far diminuire in maniera sensibile il tempo richiesto.

Tra le impostazioni avanzate si può impostare il limite massimo di feature rilevabili per singola foto (*key point limit*) e il numero massimo di punti confrontabili

[2]Modello di correzione più utilizzato, tiene conto tali fattori: orientamento interno della camera (Δx_P, Δy_P, Δc); incertezza sulla forma del pixel (*shape factor* S_x); incertezza sulla non ortogonalità del sistema (*shape factor* A); distorsione radiale (k_1, k_2, k_3) e tangenziale, o da decentramento, (p_1, p_2).

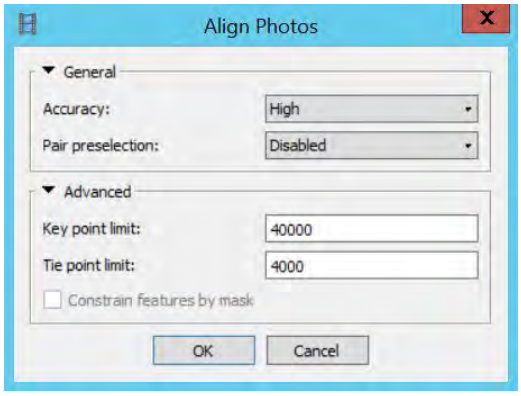


Figura 10: *Impostazioni di allineamento.*

per ogni immagine (*tie point limit*). Quest'ultimi punti in particolare andranno a comporre la nuvola sparsa.

Estrazione densa dei punti

Il software ora analizza dettagliatamente i punti di tutte le fotografie e cerca di estrapolare il maggior numero di informazioni possibili.

La qualità di estrazione varia tra lowest ed highest, dove la differenza tra i vari livelli è funzione della risoluzione di analisi. Con il livello highest l'estrazione avviene con l'immagine a piena risoluzione, tuttavia il rumore digitale può influire negativamente sulla creazione del modello. Se si seleziona high il software analizza un pixel ogni due per ogni direzione, cioè utilizza un quarto di risoluzione dell'immagine originale, riuscendo comunque a mantenere una buona qualità. In generale, per ogni livello di qualità inferiore, la risoluzione è un quarto rispetto al livello immediatamente superiore, come mostrato nella tabella 3 nella pagina successiva.

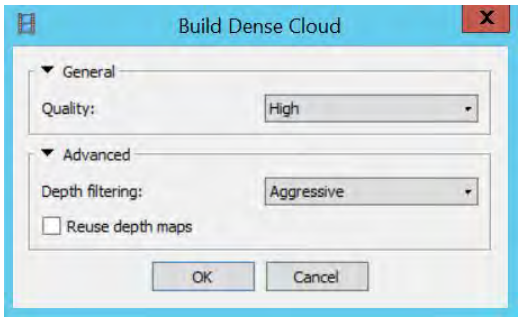


Figura 11: *Impostazioni per l'estrazione della nuvola densa.*

La scelta dipende dal numero di fotografie, dalla loro risoluzione, dalla potenza dell'elaboratore e dall'obiettivo della restituzione fotogrammetrica. Questa impostazione in particolare influisce in maniera determinante sulla qualità del modello risultante e, per questo motivo, va scelta nella maniera opportuna. Più la qualità è impostata su un valore alto, maggiore sarà la densità di punti che si otterrà con la ricostruzione. Il GSD dei punti del modello varierà in funzione dell'impostazione selezionata e può essere trovato moltiplicando il GSD delle immagini per un opportuno fattore, il quale è funzione dalla risoluzione scelta.

Tabella 3: *Risoluzione di analisi in funzione della qualità selezionata.*

Quality	Frazione rispetto alla piena risoluzione	Moltiplicatore GSD
Highest	1	1
High	1/4	2
Medium	1/16	4
Low	1/64	8
Lowest	1/256	16

PhotoScan in questo step calcola una mappa di profondità per ogni immagine e assegna un valore che soppesa la qualità di ogni specifico punto. Il *depth filtering modes* è un filtro che elimina i punti in base al 'voto' che hanno ricevuto. Ha tre livelli di regolazione (mild, moderate, aggressive) i quali, all'aumentare del livello del filtro, innalzando la soglia minima di qualità. Impostando il filtro su aggressive si ottiene una nuvola che contiene un numero minore di punti, ma con un'accuratezza e una qualità maggiori.

Il risultato di questa fase è una nuvola densa di punti, caratterizzati da 7 informazioni: posizione (X, Y, Z); colore (RGB); vettore direzione, che tornerà utile per generare le mesh.

Allineamento e unione chunk

Nel caso in cui le fotografie siano state divise in più raggruppamenti, è ora necessario unirle in un unico chunk. Tale fase si effettua per comodità a questo punto, generando il modello poligonale a partire dalla nuvola ottenuta dall'unione delle nuvole di punti di partenza.

La buona riuscita dell'unione dei chunk dipende dal loro corretto allineamento, che viene effettuato sulla base di tre metodi:

- *point based*, l'allineamento avviene confrontando i punti in comune tra le foto, in tutti i chunk;
- *camera based*, allinea i chunk che presentano delle foto in comune;
- *marker based*, dove l'allineamento avviene individuando tre punti in comune nei due chunk.

Nell'ultimo metodo i marker vengono inseriti manualmente dall'utente all'interno della foto, con una procedura che verrà esposta più avanti.

Creazione modello poligonale

Ottenuta la nuvola densa, è ora possibile creare un modello poligonale unendo i punti della nuvola.

Tra le impostazioni di generazione delle mesh troviamo: l'indicazione del tipo di superficie, *arbitrary* per una qualsiasi superficie, *height field* per foto di terreni; *face count*, numero di poligoni che si otterranno, dipende dal livello che si sceglie e dalla sorgente (nuvola sparsa o densa); interpolazione, che può essere abilitata, disabilitata o di tipo estrapolativo.

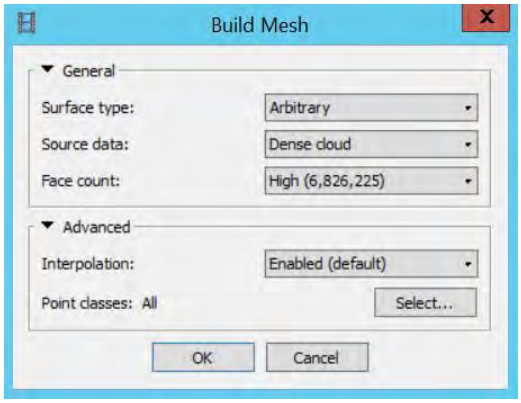


Figura 12: *Impostazioni per la generazione delle mesh.*

Attivando l'interpolazione Photoscan cerca di chiudere i buchi che si possono creare durante l'estrazione densa dei punti. Con il metodo estrapolativo il software tende a chiudere il modello da tutti i lati, generando delle mesh di grandi dimensioni dove non vi era informazione. Tali mesh possono essere poi facilmente eliminate con lo strumento di *gradual selection*, che permette di selezionare le mesh in base alla dimensione e alla connettività con le altre mesh.

Creazione modello texturizzato

PhotoScan in questa fase genera un modello texturizzato attraverso due fasi: inizialmente trova le coordinate di mappatura, poi proietta la texture sul modello.

La scelta del metodo sbagliato di proiezione può portare ad avere distorsioni, dette anche *stretching* (stiramento), sia sul modello texturizzato, sia sulle ortofoto che verranno successivamente estratte.

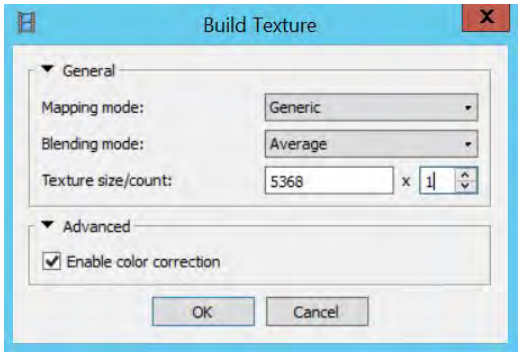


Figura 13: *Impostazioni per la generazione del modello texturizzato.*

Il modello può essere mappato in diversi modi, tra i quali il metodo *generic* risulta quello più adatto per geometrie arbitrarie. La modalità di proiezione si seleziona sotto *blending mode*, tra le quali troviamo le più importanti sono: *mosaic*, proietta su una porzione di oggetto la foto con la risoluzione migliore; *average*, prende il valore medio dai singoli pixel di tutte le foto.

Con il *texture size/count* si imposta la risoluzione dell'immagine risultato della proiezione. Si può definire la risoluzione ed eventualmente, nel caso in cui tale numero

sia eccessivamente grande, un moltiplicatore per spezzare l'immagine complessiva in un'unione di più immagini dalla risoluzione minore.

Tra le opzioni avanzate si può abilitare il *color correction*, che permette di correggere immagini non uniformi, per esempio nel caso di fotografie con un diverso bilanciamento del bianco.

Ritornando all'interfaccia, sulla destra troviamo l'interfaccia di visualizzazione del modello, che si aggiorna mano a mano che il procedimento di ricostruzione avanza. Da una barra posta nella parte alta della schermata è possibile selezionare i vari modelli realizzati dal software, e in particolare avremo:

- *nuvola sparsa*, si ha come risultato dell'allineamento, è una nuvola composta dalle features che hanno permesso il posizionamento e l'orientamento delle camere;
- *nuvola densa*, si ottiene in seguito all'analisi delle foto con l'algoritmo di dense image matching;
- *modello poligonale*, ricostruito sulla base di una delle due nuvole di punti prima descritte, di cui si hanno quattro modalità di visualizzazione:
  - *wildframe*, mostra gli spigoli dei poligoni generati;
  - *solid*, visualizza la forma del modello con la superficie del poligono;
  - *shaded*, modalità di ombreggiatura del poligono, il quale viene campito mediando i colori dei tre vertici che compongono il poligono stesso;
  - *texturizzato*, risultato della proiezione delle immagini sul modello.

Creazione ortomosaici

La creazione di ortomosaici avviene in maniera simile alla generazione del modello texturizzato. È possibile scegliere tra le diverse modalità di proiezione, tra cui mosaic ed average, e il piano su cui proiettare le immagini.

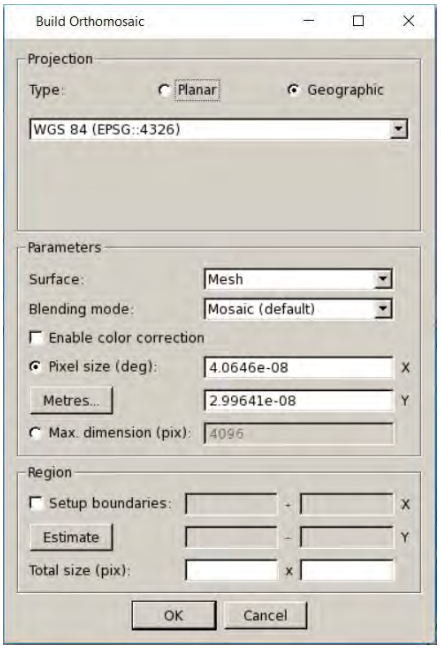


Figura 14: *Impostazioni per la generazione degli ortomosaici.*

Il piano di proiezione, che poi conterrà l'immagine che si vuole esportare, si può selezionare con vari metodi: sulla base di tre marker, i quali andranno a formare un piano; appoggiandosi ai piani formati dagli x, y e z della regione entro la quale PhotoScan ha posizionato il modello; sulla base della vista corrente presente nel pannello di visualizzazione del modello; per mezzo di coordinate geografiche note.

5 L'elaborazione delle immagini

5.1 Ricostruzione modello 3D

Il primo obiettivo della restituzione fotogrammetria è stato la ricostruzione di un modello globale del Ponte delle Torri, in modo da poter rilevare le dimensioni geometriche esatte e costruire un modello tridimensionale il più fedele possibile alla realtà e utilizzabile nei software FEM. Il numero di immagini usato è pari all'intero set di fotografie realizzate durante la campagna di rilievo, escludendone però alcune che presentavano degli evidenti problemi di sovraesposizione. Dato il grande di numero di foto da elaborare, è stato necessario raggruppare le immagini in due chunk separati, uno contenente le foto scattate dal lato nord, e l'altro quelle dal lato sud. Solo in seguito si è proceduto a unificare i chunk in un unico modello.

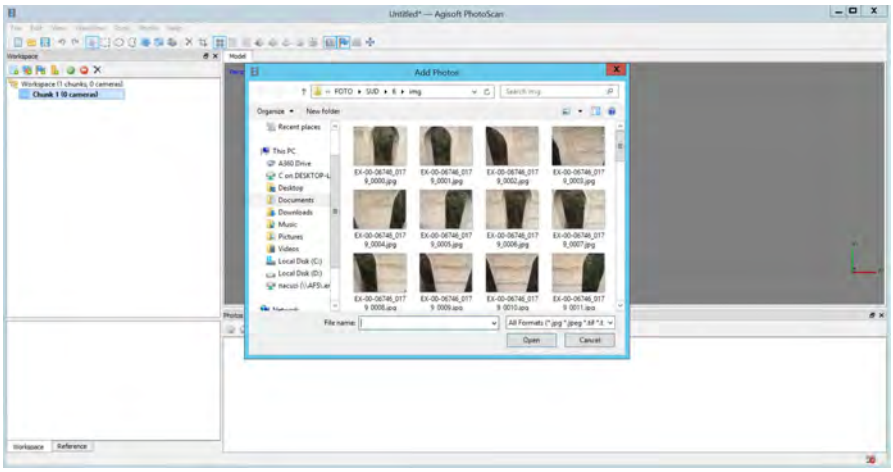


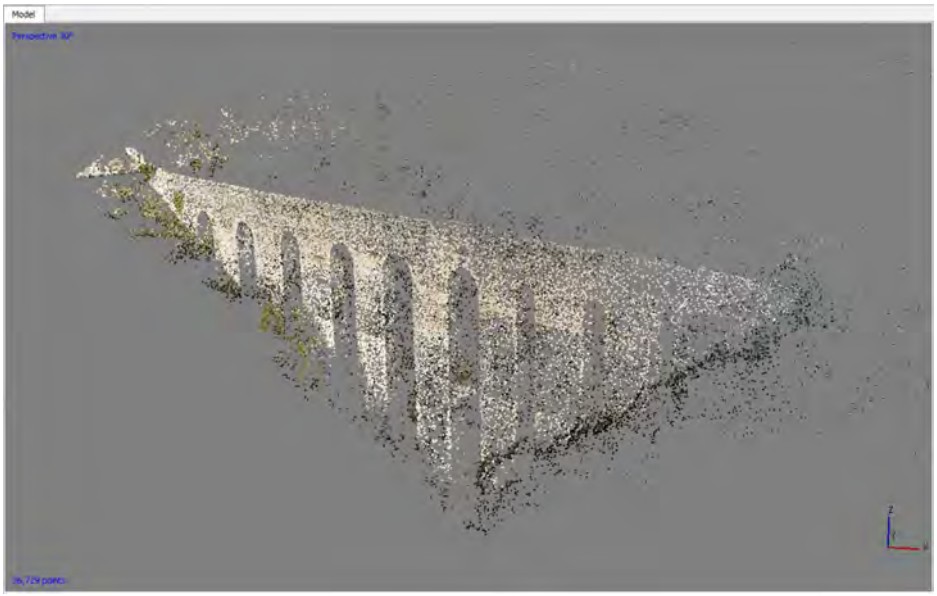
Figura 15: *Inserimento delle immagini nel software.*

Sono state caricate le immagini all'interno del programma (393 per il lato nord e 343 per quello sud) ed è stata lanciata la procedura di allineamento per entrambi i chunk con accuratezza bassa. L'obiettivo di questa restituzione è l'ottenimento di un modello tridimensionale, da cui poter ottenere le dimensioni geometriche del ponte. L'errore che si commette nel selezionare un livello di accuratezza basso è trascurabile rispetto alle dimensioni della struttura.

Considerando che il GSD medio delle immagini è pari a 1.75 mm, l'errore di riproiezione ottenuto non è elevato: si tratta, in millimetri, di un errore medio pari 3.66 mm per il lato nord e 4.15 mm per il lato sud. In figura 16 sono rappresentate le nuvole sparse che si sono ottenute.

A scopo esemplificativo, in figura 17 si può vedere come PhotoScan abbia allineato e orientato le prese fotografiche del lato nord del ponte.

(a) Lato Nord.



(b) Lato Sud.

Figura 16: *Nuvola sparsa.*

Tabella 4: *Informazioni sulle nuvole sparse che si sono ottenute.*

Lato	**N° punti**	**Errore di riproiezione medio per foto (pix)**		
		Min	Max	Media
Nord	57 899	0.77	10.10	2.09
Sud	36 729	1.62	5.60	2.38

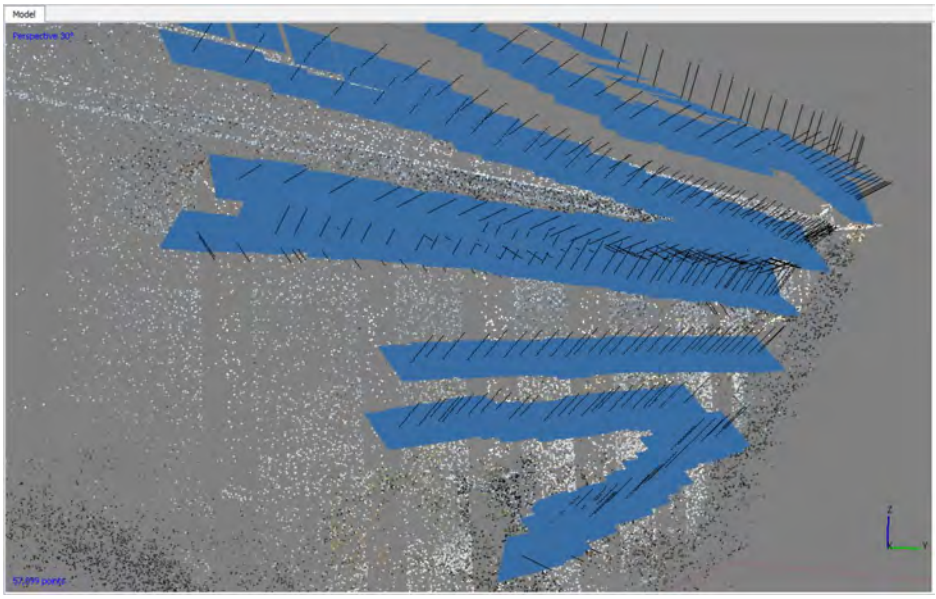


Figura 17: *Allineamento delle camere del chunk lato Nord.*

Il software si è quindi ricavato i parametri necessari per correggere le deformazioni ottiche tramite la procedure di autocalibrazione. I parametri di correzione che si sono ottenuti vengono riportati nella figura 18.

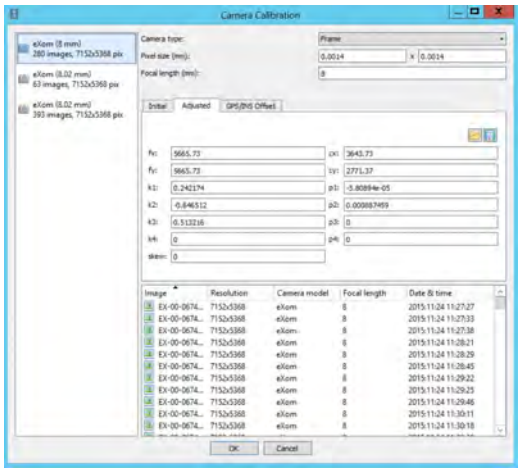
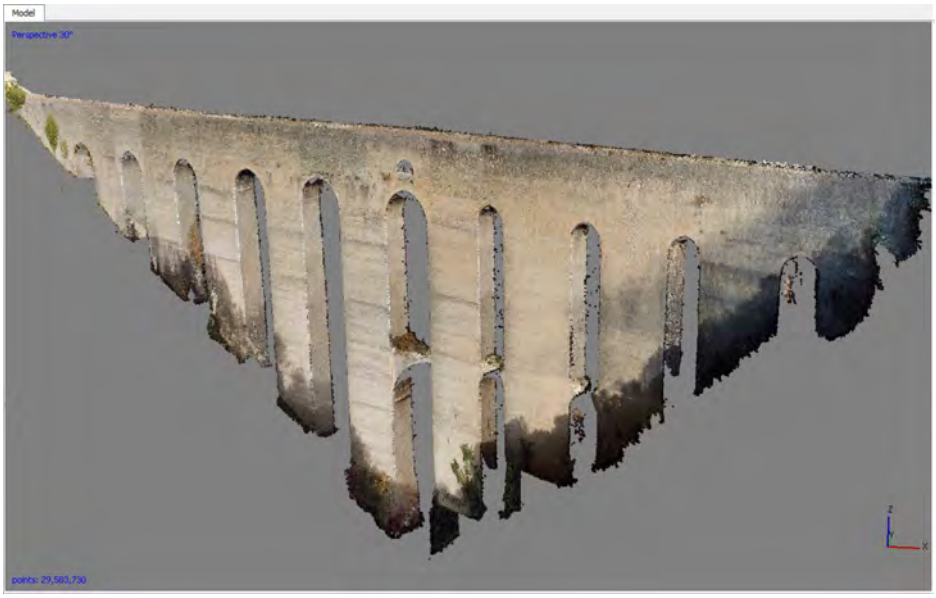


Figura 18: *Parametri di calibrazione ricavati da PhotoScan.*

La nuvola densa è stata generata utilizzando un'accuratezza media, ottenendo quindi un GSD di 7 mm. Impostando il filtro di profondità su *aggressive* si sono

ottenute le nuvole dense riportate in figura 19, con 63 628 558 punti per il lato nord e 29 583 730 per il lato sud.

(a) Lato Nord.



(b) Lato Sud.

Figura 19: *Nuvola densa.*

Le due nuvole di punti sono state quindi allineate attraverso il metodo *marker based*. Tale procedura di allineamento prevede l'inserimento di almeno tre marker, individuando tre punti in comune sui due chunk. L'inserimento dei marker avviene direttamente sulle fotografie e si effettua in genere in assenza del modello poligonale per massimizzarne la precisione di inserimento. All'interno di una delle fotografie si sceglie un punto che può essere facilmente riconoscibile sulle altre foto dello stesso chunk, oltre che nelle foto dell'altro chunk. Con l'inserimento di un marker in una foto PhotoScan genera nelle restanti fotografie che contengono la scena una retta

sulla quale il punto può giacere. Per determinare univocamente la posizione nello spazio è necessario posizionare il marker almeno in un'altra foto.

(a) Primo inserimento.

(b) Conferma della posizione del marker.

Figura 20: *Procedura di in inserimento di un marker.*

Effettuando questa procedura su tre punti e ripetendola con la stessa sequenza nell'altro chunk, cioè assegnando la stessa numerazione ai marker dei diversi chunk, è possibile a questo punto allineare i due modelli. Il risultato che si ottiene è presentato in figura 21.

Poiché le foto sono tutte georeferenziate, la nuvola che si è ottenuta è già scalata e presenta le corrette dimensioni della struttura. A conferma di ciò sono stati inseriti due marker ai lati della pila numero 6 e ne è stata misurata la distanza. Il software infatti, basandosi sulle coordinate geografiche dei singoli punti di scatto, riesce a georeferenziare tali marker e a calcolarne la distanza. La pila 6 nel modello presenta una larghezza di circa 9.64 m, in linea con le dimensioni di cui siamo già in possesso.

Il successivo modello poligonale che è stato generato si è ottenuto impostando il numero delle facce a 150 000. Per il rilievo della geometria tale valore è sufficiente per modellare adeguatamente il ponte, permettendo un'agevole gestione del file esportato poi in Autocad.

Con il modello esportato è stato possibile realizzare alcune piante e sezioni del ponte, misurandone le dimensioni esatte. In tabella 5 si riportano gli spessori rilevati,

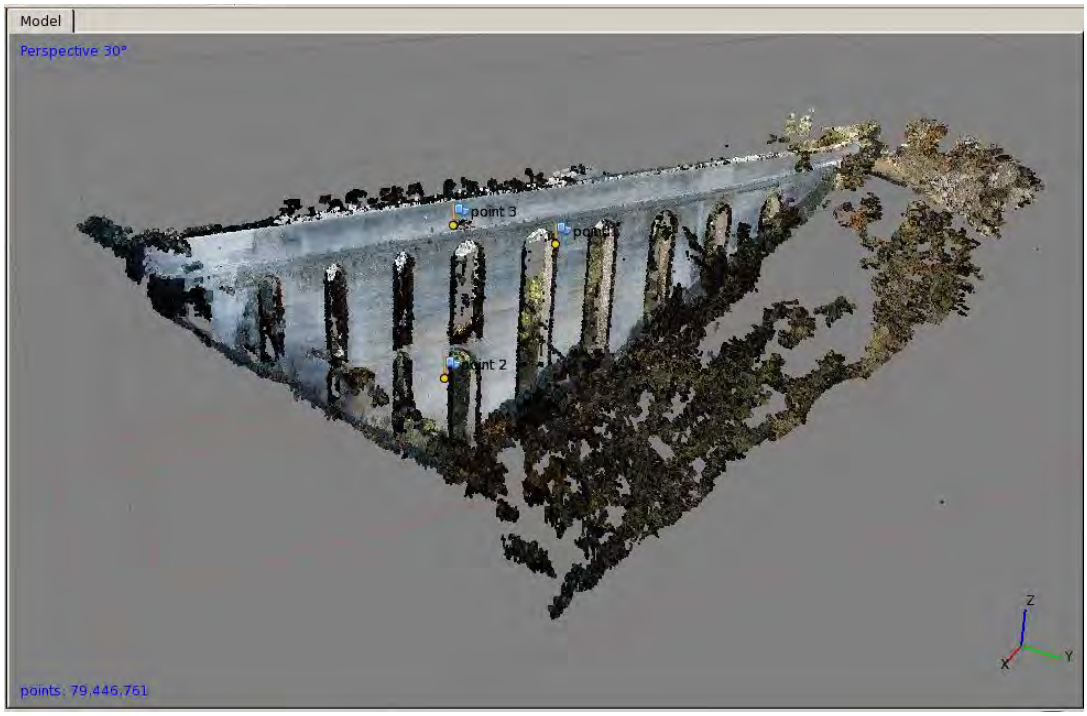
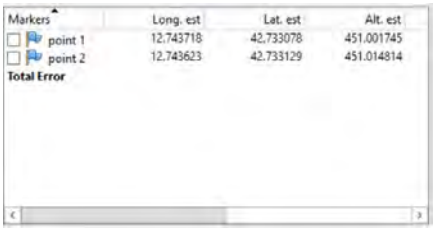


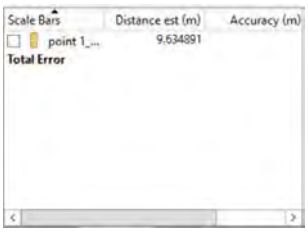
Figura 21: *Nuvola densa che si ottiene dall'allineamento.*

(a) Visuale nel modello dei marker inseriti.



Markers	Long. est	Lat. est	Alt. est
point 1	12.743718	42.733078	451.001745
point 2	12.743623	42.733129	451.014814
Total Error			

(b) Posizione georeferenziata dei marker.



Scale Bars	Distance est (m)	Accuracy (m)
point 1_...	9.634891	
Total Error		

(c) Distanza tra i marker misurata dal programma.

Figura 22: *Verifica di scalatura del modello.*

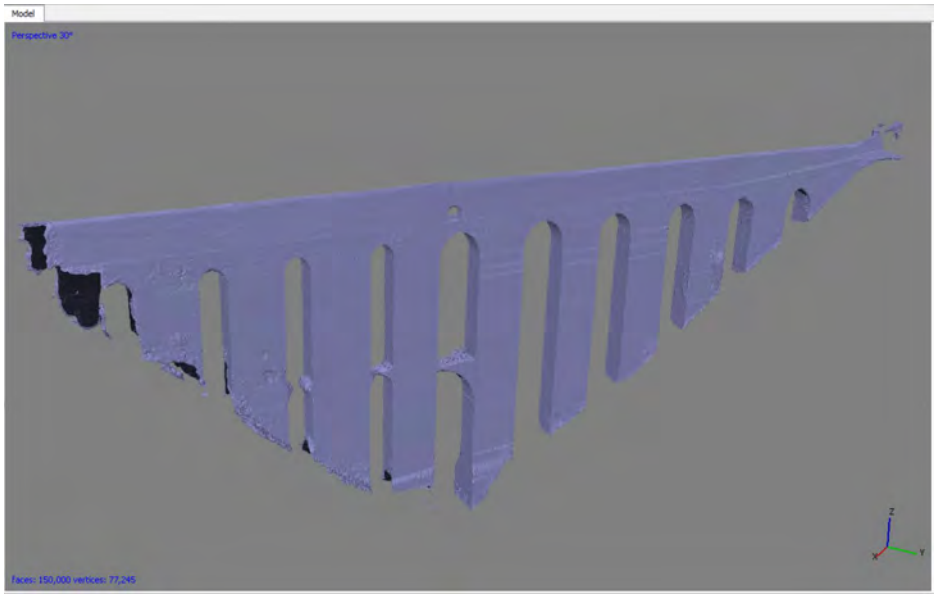


Figura 23: *Modello poligonale generato da PhotoScan (vista lato sud).*

dove L si riferisce alla larghezza della sezione, H_1 e H_2 all'altezza della sezione, rispettivamente del lato Monteluco per il primo e del colle Sant'Elia per il secondo.

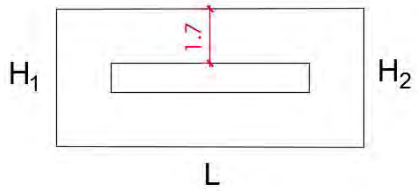


Figura 24: *Sezione tipo delle pile del ponte.*

Si può notare come le pile più alte, in particolare le numero 3 e 4, presentano un altezza in sezione minore se paragonate alle altre.

Tabella 5: *Sezioni delle pile rilevate dal modello 3D.*

Pila	**Dimensioni sezione (m)**		
	L	H_1	H_2
1	11.12	4.23	4.43
2	10.66	4.28	4.00
3	12.25	3.93	3.85
4	10.24	3.73	3.77
5	10.71	4.00	4.30
6	9.64	4.15	4.25
7	10.93	4.25	4.43
8	10.73	4.51	4.59
9	10.55	4.61	4.65

Le pile 4 e 5, inoltre, presentano un allargamento della sezione in direzione ortogonale all'asse del ponte, probabile indicazione della presenza di fondazioni dirette. Il terreno difatti ha subito un abbassamento di quota, fatto che ha messo a nudo porzioni di pila prima nascoste.

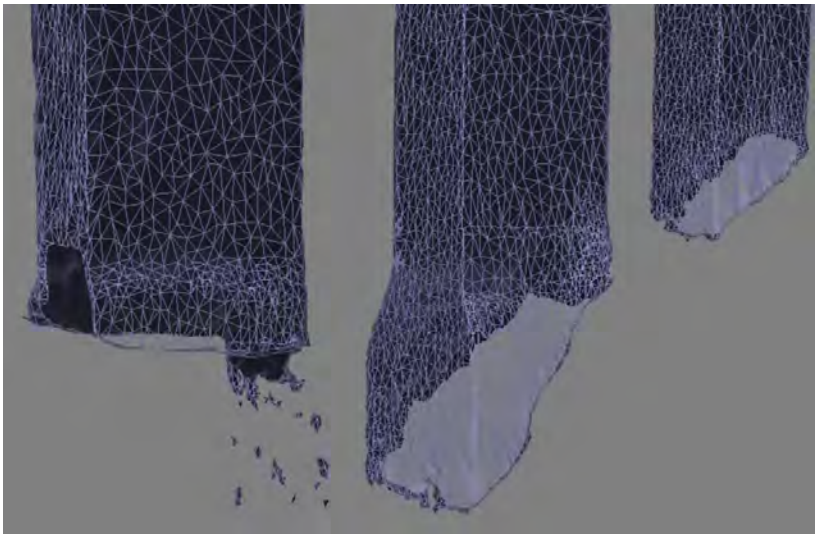


Figura 25: *Particolare dell'allargamento della sezione delle pile 4 e 5.*

A partire dalla base della pila 5, per 6 metri l'altezza in sezione dell'elemento è all'incirca di 7.3 metri, per poi regolarizzarsi ad un'altezza da terra di 10.5 metri. Di minore entità l'allargamento che interessa la pila 4, misurato essere pari a 5.2 metri, con un'estensione totale di 9.3 metri a partire dal terreno. La sezione si regolarizza poi a un'altezza da terra di 11.3 metri. La stessa cosa si può notare alla base della pile 7 e 8, ma in tal caso l'incremento di sezione interessa la dimensione longitudinale alla direzione dell'impalcato.

In aggiunta a ciò, in alcune fotografie che ritraggono la porzione di terreno compreso tra la pila 3 e 4, si può notare la presenza di un elemento murario affiorante. Tale elemento potrebbe indicare la possibile presenza di un collegamento tra le pile, ovvero di una sorta di 'trave rovescia', o di un semplice ingrossamento nell'altra direzione.

Dalle piante realizzate è stato possibile misurare le altezze delle pile, misurate convenzionalmente fino all'inizio dell'arco. Le dimensioni ottenute sono rappresentate nella tabella 6.

Si è quindi provveduto a rilevare lo spessore degli archi. Per ottenere queste dimensioni è stato però prima necessario proiettare le immagini sul modello, realizzando delle ortografie. È stato necessario preliminarmente generare un modello poligonale con un numero di mesh superiore, in modo da evitare che l'immagine finale risulti eccessivamente deformata, il quale presenta in totale 18 518 618 poligoni. Sono stati poi posizionati 3 marker per lato, i quali potessero formare due piani che contenessero i due paramenti del ponte, quindi si è proceduto ad estrarre i due ortopiani, qui rappresentati nelle figure 27 e 28.

Gli spessori degli archi sono riportati in tabella 7. Per la nomenclatura si rimanda alla figura 1 di pagina 3.

Figura 26: *Dettaglio del paramento murario affiorante.*

Tabella 6: *Altezza delle pile rilevate dal modello 3D.*

Pila	**Altezza (m)**	
	Lato Monteluco	Lato Sant'Elia
1	12,20	20,80
2	24,14	34,47
3	39,17	48,62
4	50,79	57,56
5	58,37	41,50
6	45,51	40,40
7	36,30	29,46
8	25,60	18,20
9	14,00	7,87

Tabella 7: *Spessori degli archi rilevati dagli ortopiani dei due paramenti.*

Arco	**Freccia (m)**	**Spessore medio (m)**		
		Nord	Sud	Media
A	3.06	-	0.43	0.43
B	3.02	0.30	0.32	0.31
C	2.82	0.37	0.38	0.37
D	3.03	0.29	0.32	0.31
E	5.08	0.41	0.45	0.43
F	5.33	0.42	0.47	0.44
G	4.25	0.43	0.45	0.44
H	4.67	0.38	0.38	0.38
I	4.39	0.32	0.40	0.36
L	4.46	0.31	0.30	0.30

Figura 27: *Orotopiano del paramento Nord.*

Figura 28: *Orotopiano del paramento Sud.*

5.2 Rilievo del quadro fessurativo

Il rilievo delle fessure e delle lesioni è stato possibile una volta che si sono ottenuti gli ortopiani dei due paramenti. Le due immagini sono state quindi inserite in Autocad e scalate sulla base delle misure rilevate precedentemente. Analizzando attentamente queste immagini è stato possibile ricostruire una mappa delle lesioni che caratterizza la struttura e identificarle univocamente. Sulla base di queste informazioni sarà possibile, in futuro, confrontare l'estensione delle lesioni e valutare l'evoluzione del quadro fessurativo.

Le lesioni sono state rilevate misurando la posizione di inizio, di fine e l'estensione totale basandoci su nove sistemi di riferimento locali, uno per ogni pila. I sistemi di riferimento sono stati posizionati nella porzione superiore della pila, sullo spigolo lato Monteluco per il paramento sud e su quello lato Colle Sant'Elia per il paramento nord. La x è orientata orizzontalmente in entrambe le ortografie, con valori positivi verso destra, mentre la y è disposta verticalmente ed è positiva verso il basso.

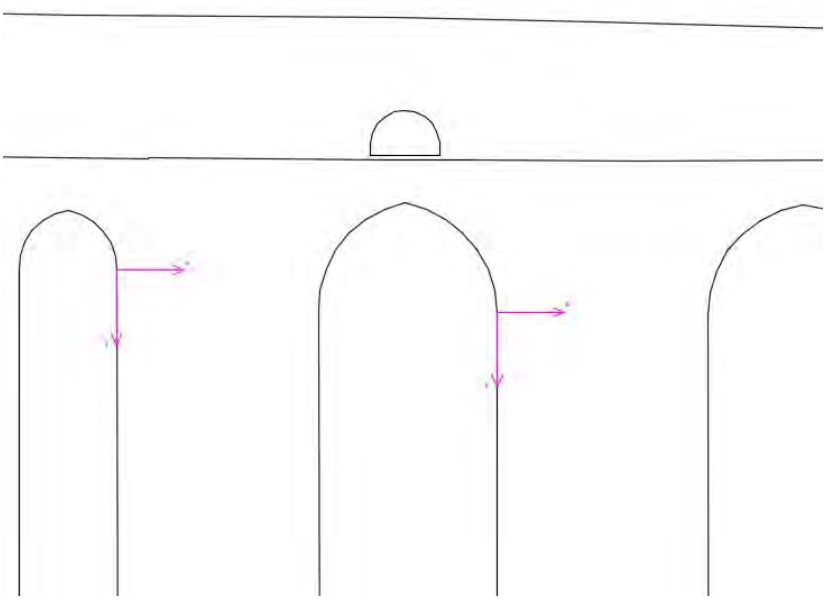


Figura 29: *Sistema di riferimento della singola pila adottato per posizionare le lesioni.*

La nomenclatura che è stata data alle fessure ne permette una facile identificazione ed è così articolata: una prima lettera indica la faccia della pila in esame, classificata in base alle direzioni cardinali (N per Nord, S per Sud, E per Est ed O per Ovest); un secondo numero che si riferisce alla pila considerata, dove la numerazione parte dal versante Monteluco; una terza lettera che identifica la lesione che interessa quella pila; infine, se la lesione è ramificata, un'ultima cifra indica il ramo di quella specifica lesione.

Ad esempio, il codice S6D identifica la lesione D presente sul lato sud della pila numero 6, che inizia e termina in due specifici punti individuati con due coppie di coordinate.

Nelle tabelle 8 e 9 sono riportate le lesioni che interessano rispettivamente i paramenti Nord e Sud.

Tabella 8: *Posizione ed estensione delle fessure rilevate sul paramento Nord.*

Codice	**Estensione (m)**	**Posizione inizio (m)**		**Posizione fine (m)**	
		x	y	x	y
N2A	0.73	2.55	7.15	2.60	7.70
N2B	1.26	2.38	7.15	2.57	8.57
N2C	5.39	2.89	14.33	2.85	19.03
N3A	3.49	10.31	8.29	9.87	10.92
N4A	1.62	9.53	24.70	9.10	26.01
N4B	4.11	2.59	33.55	2.21	36.77
N4C	1.21	7.86	34.42	7.74	35.45
N4D	1.20	5.91	36.31	6.34	37.13
N4E	2.05	4.25	37.22	4.30	38.96
N4F	0.97	3.49	38.21	3.75	39.00
N5A	1.30	8.27	22.63	7.89	23.60
N6A	3.25	1.94	3.17	1.69	5.36
N6B	1.70	1.17	4.56	1.00	6.02
N6C	0.99	6.14	2.96	5.98	3.61
N6D-1	1.70	6.49	7.89	6.61	9.11
N6D-2	0.17	6.40	8.32	6.44	8.47
N6E	1.16	6.32	8.93	6.42	9.72
N6F	2.10	7.57	8.73	7.84	10.44
N7A	1.46	4.69	33.5	4.52	34.75
N8A	0.66	8.57	-0.08	8.63	0.57
N8B	1.68	8.36	0.85	8.60	2.45
N8C	3.24	2.94	5.84	3.03	7.87
N8D	3.09	2.90	8.70	3.23	11.18

Per il rilievo delle fessure presenti sulle facce interne delle pile si è reso necessario effettuare un passaggio aggiuntivo. È stato selezionato un set ristretto di fotografie per lato ed è stata effettuata una ricostruzione più dettagliata, allo scopo di riuscire a ricostruire nel dettaglio lo stato di danneggiamento. Le pile prese in esame sono la 3 e la 4, che tra le altre risultano essere quelle più danneggiate.

Poiché il drone non ha sorvolato il ponte inquadrando direttamente le facce interne delle pile, vi è una maggiore difficoltà nel proiettare le immagini su queste superfici, generando delle evidenti distorsioni. Si è scelto di condurre la ricostruzione impostando il valore di accuratezza di allineamento su high, la qualità delle nuvola densa su high e generando un modello poligonale dettagliato. Anche qua, per ogni pila, le fotografie sono state divise in due chunk diversi, contenenti le immagini scattate sui due paramenti del ponte. La tabella 10 contiene schematicamente i dati che caratterizzano le due restituzioni.

L'errore di riproiezione che si ottiene è ovviamente minore. Per la pila 3 l'errore RMS è, rispettivamente per i lati Nord e Sud, 0.95 e 0.88 pixel, mentre nel caso della

Tabella 9: *Posizione ed estensione delle fessure rilevate sul paramento Sud.*

Codice	**Estensione (m)**	**Posizione inizio (m)**		**Posizione fine (m)**	
		x	y	x	y
S1A	9.97	0.09	1.25	-0.52	9.75
S1B	0.62	0.50	1.22	0.78	1.68
S1C	1.85	0.46	1.69	1.09	3.17
S2A	2.84	10.08	14.82	9.80	17.07
S2B	1.80	0.65	26.31	1.22	27.70
S2C	2.26	0.78	29.94	1.30	31.76
S3A	3.02	5.60	-6.81	5.96	-9.53
S3B	0.50	13.55	3.03	13.97	2.86
S3C	0.87	13.11	2.20	13.72	2.74
S3D	1.20	2.67	24.83	2.21	25.65
S3E	1.41	2.37	34.38	2.52	33.51
S3F	2.10	2.15	36.47	2.15	38.23
S3G	0.57	1.66	38.09	1.60	38.54
S3H	0.92	0.91	38.17	0.96	38.96
S3I	1.48	0.59	37.94	0.69	39.25
S4A	1.58	0.46	37.33	0.76	38.49
S4B	3.43	8.96	35.21	9.80	37.62
S4C	0.65	9.01	36.71	9.37	37.20
S4D	0.81	8.88	36.77	9.18	37.38
S4E	1.06	5.78	47.97	6.10	48.75
S4F	0.84	4.74	48.00	5.17	48.61
S5A	1.36	4.45	1.38	5.04	2.44
S5B	1.62	10.05	2.51	10.62	3.52
S5C	3.11	2.18	16.56	2.63	19.12
S6A	0.70	3.01	0.62	2.93	1.22
S7A	0.88	3.92	-3.62	4.14	-4.38
S7B	0.60	4.26	-2.49	4.00	-3.01
S8A	5.89	5.50	-1.84	5.02	-6.63
S8B	1.45	4.83	19.90	4.90	21.31
S8C	1.33	5.70	19.74	5.60	20.94
S8D	1.76	6.18	20.66	5.95	22.28
S8E	2.51	8.09	19.45	7.22	21.57

pila 4 avremo 0.96 e 1.00 pixel.

Dalla tabella si può notare come le nuvole dense che sono state estratte presentano una maggiore densità, permettendo quindi la costruzione di un modello poligonale dettagliato. In questo caso, quando si è proceduto all'unione dei due chunk, è stato necessario eliminare la porzione di nuvola densa delle facce interne che presentava

Tabella 10: *Informazioni sulle nuvole ricavate con la ricostruzione delle pile 3 e 4.*

Pila	**Lato**	**N° Foto**	**N° punti**	
			Nuvola sparsa	Nuvola densa
3	Nord	107	68 425	34 131 126
	Sud	83	46 922	11 665 778
4	Nord	137	84 368	27 951 730
	Sud	104	73 092	11 530 869

la densità e la qualità minore. L'allineamento ovviamente non ha precisioni millimetriche, perciò le nuvole di punti che componevano la facce interne non sarebbero mai coincise, portando alla generazione di una mesh poco dettagliata.

Figura 30: *Particolare della lesione che interessa la faccia Est delle pila 4 individuata nel modello shaded.*

I modelli poligonali ottenuti, contenenti 9 158 265 e 7 850 335 facce rispettivamente per la pila 3 e 4, presentano un'elevata qualità, come si può notare in figura 30, dove si può notare la lesione passante che interessa la faccia Est della pila 4.

Una volta uniti i chunk con il metodo marker based, si è proceduto alla proiezione delle immagini scegliendo quelle che presentavano una qualità maggiore. Il risultato che si è ottenuto non è comunque esente da deformazioni di stiramento, ma ad ogni modo ha permesso di rilevare le fessure più evidenti. Nelle tabella 11 le facce che guardano il Monteluco sono identificate con la lettera E (Est), mentre quelle che guardano il colle Sant'Elia presentano la lettera O (Ovest).

I sistemi di riferimento in questo caso sono stati posizionati alla stessa maniera di prima, vale a dire nel punto in alto a sinistra dell'immagine considerata. Per le facce dirette verso Est l'origine si trova sullo spigolo sud della pila, in corrispondenza dell'inizio dell'arco. Nella facce rivolte ad Ovest il sistema è invece posto sullo spigolo nord della pila, sempre in corrispondenza dell'inizio dell'arco.

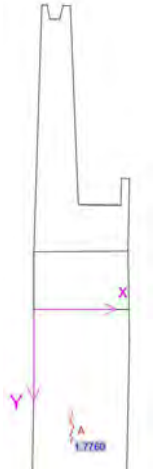


Figura 31: *Sistema di riferimento delle facce rivolte verso Est.*

Tabella 11: *Posizione ed estensione delle fessure rilevate sul facce Est ed Ovest delle pile 3 e 4.*

Codice	**Estensione (m)**	**Posizione inizio (m)**		**Posizione fine (m)**	
		x	y	x	y
E3A	1.78	1.60	4.19	1.60	5.54
E3B	1.85	3.38	17.42	2.22	18.70
E3C	1.16	0.66	19.79	0.35	20.81
E3D	2.28	3.43	19.71	3.07	21.51
E3E	1.59	3.41	21.14	2.92	22.49
E3F-1	1.76	3.41	28.15	3.03	29.72
E3F-2	0.33	3.04	30.89	3.32	31.04
E3F-3	3.48	3.03	29.72	2.86	32.83
E3F-4	3.60	3.03	29.72	2.86	32.83
E3F-5	0.45	2.86	32.83	3.00	33.25
E4A	1.64	3.02	8.99	2.65	10.31
E4B	1.83	1.77	13.95	1.89	15.27
E4C	0.50	0.68	28.31	0.37	28.71
E4D	4.40	3.05	29.02	2.17	32.82
E4E	4.48	3.43	34.39	2.39	38.46
E4F	0.49	2.12	38.00	2.14	38.46
O3A	2.32	2.56	1.10	2.21	2.92
O3B	1.53	3.53	17.36	3.77	18.49
O3C	1.39	0.76	32.73	1.09	33.79
O4A	0.48	2.05	32.07	2.23	32.49
O4B	4.85	2.60	33.29	2.00	37.23

Riferimenti bibliografici

[1] *Agisoft Lens User Manuall: Version 0.4.0*. 2011.

[2] *Agisoft PhotoScan User Manual: Professional Edition, Version 1.2*. 2016.

[3] *Agisoft Wiki*. 2012. URL: `http://www.agisoft.ru/w/index.php?title=Main_Page`.

[4] G. Bracco et al. *Cresco computational resources and its integration in ENEA-GRID environment*.

[5] F. Cluni, V. Gusella e L. Marchetti, cur. *Stato attuale e vulnerabilità del Ponte delle Torri di Spoleto*. XI Congresso Nazionale "L'ingengeria Sismica in Italia". Genova, 25-29 gennaio 2004.

[6] G. De Canio, M. Mongelli e A. Tatì. *ROMA RT4 Studio preliminare delle superfici del Ponte delle Torri a Spoleto per la realizzazione di una scansione fotografica con drone*. ENEA, mar. 2015.

[7] G. De Canio, M. Mongelli e A. Tatì. *Studio e monitoraggio del quadro fessurativo e del comportamento sismico del duomo di Orvieto*. Attività A2-A3 - Rilievo e monitoraggio del Quadro Fessurativo delle Colonne e della Navata Centrale. ENEA, 30 apr. 2015.

[8] M. Gioffrè, V. Gusella e F. Cluni. «Performance evaluation of monumental bridges: testing and monitoring 'Ponte delle Torri' in Spoleto». In: *Structure and Infrastructure Engineering* (2008).

[9] V. A. Girelli. «Tecniche digitali per il rilievo, la modellazione tridimensionale e la rappresentazione nel campo dei beni culturali». Tesi di dott. Università di Bologna.

[10] J. Hays. *Stereo and Structure from Motion*.

[11] M. Picaretta. *Beni culturali in Umbria. Dall'emergenza sismica alla ricostruzione*. BetaGamma, 2007.

[12] G. Ponti et al., cur. *The role of medium size facilities in the HPC ecosystem: the case of the new CRESCO4 cluster integrated in the ENEAGRID infrastructure*. Proceedings of the 2014 International Conference on High Performance Computing and Simulation, HPCS. 6903807. ENEA. 2014, pp. 1030–1033.

[13] A. Sansi. *Storia del comune di Spoleto*. Vol. I-VII. Spoleto: Accademia Spoletina, 1884. URL: `http://web.tiscali.it/spoletostoria/sansi.html`.

[14] senseFly. *senseFly eXom Technical Specifications*. URL: `https://www.sensefly.com/fileadmin/user_upload/sensefly/documents/senseFly-eXom-Technical-Specifications.pdf`.

[15] F. Sicuranza. *Structure From Motion - Fotogrammetria - Estrazione 3d da fotografie*. Youtube. 2015. URL: `https://www.youtube.com/playlist?list=PLKUJLs5ffOTtzsPXv0tZ2eA-GAf6DdL9S`.